

Aufgabe 1: Berechne durch Vereinfachen

a) $\sqrt{6^2 - 5^2 - 2} = \sqrt{36 - 25 - 2} = \sqrt{9} = 3$

1 Punkt

b) $\sqrt{144 \cdot 6,25} = \sqrt{144} \cdot \sqrt{6,25} = 12 \cdot 2,5 = 30$

2 Punkte

c) $\sqrt{\frac{0,0225}{0,04}} = \frac{\sqrt{0,0225}}{\sqrt{0,04}} = \frac{0,15}{0,2} = 0,15 \cdot 5 = 0,75$

2 Punkte

Aufgabe 2: Vereinfache so weit wie möglich

a) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{48} - \sqrt{3}) = \sqrt{3 \cdot 48} - \sqrt{3 \cdot 3} = \sqrt{144} - \sqrt{9} = 12 - 3 = 9$

2 Punkte

b) $(\sqrt{5} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 5 - 2 = 3$

1 Punkt

c) $\sqrt{\frac{36a^4c}{7b^3}} \sqrt{\frac{25c^3b^5}{7a^2}} = \sqrt{\frac{36a^4c \cdot 25c^3b^5}{7b^3 \cdot 7a^2}} = \sqrt{\frac{36a^2b^2 \cdot 25c^4}{49}} = \frac{6 \cdot 5abc^2}{7} = \frac{30}{7}abc^2$

3 Punkte

Aufgabe 3: Forme den Term so um, dass alles unter einer einzigen Wurzel steht

a) $\sqrt{5} \sqrt{8} = \sqrt{5 \cdot 8} = \sqrt{40}$

1 Punkt

b) $0,5x \sqrt{36} = \sqrt{0,25 \cdot x^2 \cdot 36} = \sqrt{9x^2}$

2 Punkte

c) $|r+s| = \sqrt{(r+s)^2}$

1 Punkt

Aufgabe 4: Mache den Nenner rational und vereinfache so weit wie möglich

a) $\frac{3-5\sqrt{5}}{3+5\sqrt{5}} = \frac{(3-5\sqrt{5})^2}{(3-5\sqrt{5})(3+5\sqrt{5})} = 9 - 2 \cdot 3 \cdot 5\sqrt{5} + \frac{25 \cdot 5}{9-25 \cdot 5} = -\frac{134-30\sqrt{5}}{116} = -\frac{67-15\sqrt{5}}{58}$

3 Punkte

b) *Bemerkung: Fehler in der Aufgabenstellung. Der Nenner ist bereits rational. Für die Umformung gibt es einen Bonuspunkt.*

$$\frac{\sqrt{u}-\sqrt{v}}{u-v} = \frac{\sqrt{u}-\sqrt{v}}{(\sqrt{u}-\sqrt{v})(\sqrt{u}+\sqrt{v})} = \frac{1}{\sqrt{u}+\sqrt{v}}$$

+1 Punkt

Aufgabe 5: Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

<p>a) $^2 \sqrt{x^2-7} = x+7 \quad ^2$ $\Rightarrow x^2-7 = x^2+14x+49 \quad -x^2 - 49$ $\Leftrightarrow -56 = 14x \quad : 14$ $\Leftrightarrow x = -4$</p>	<p>Probe:</p> $\sqrt{(-4)^2-7} = -4+7$ $\Leftrightarrow \sqrt{16-7} = 3$ $\Leftrightarrow \sqrt{9} = 3 \quad \text{wahr!}$ <p>L = {-4}</p>
	4 Punkte

<p>b) $\sqrt{9a+12\sqrt{a}+4}=0$ $\Leftrightarrow \sqrt{(2\sqrt{x}+3)^2}=0$ $\Rightarrow 2\sqrt{x}+3=0 \quad -3$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x}=-3 \quad :2$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}=-\frac{3}{2} \quad ^2$ $\Rightarrow x=\frac{9}{4}$</p>	<p>Probe:</p> $\sqrt{\frac{4 \cdot 9}{4} + 12\sqrt{\frac{9}{4}} + 9} = 0$ <p>Alle Summanden positiv, damit Radikant ungleich Null, damit unwahr!</p> <p>L = {} 5 Punkte</p>
---	--

Aufgabe 6:

a) Bei einer Achterbahn können sich unter bestimmten Umständen Gravitationskraft und Fliehkraft aufheben, so dass die Fahrgäste für einen Moment schwerelos sind. Das ist abhängig von der Geschwindigkeit v und vom Radius r des Bogens, den die Achterbahn fährt (und interessanterweise nicht vom Gewicht der Fahrgäste). Die Geschwindigkeit, bei der dies passiert, errechnet sich nach der Formel $v = \sqrt{g \cdot r}$, wobei $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ die sogenannte Erdbeschleunigung ist.

Berechne den **Radius** r des Bogens, wenn die Achterbahn mit der **Geschwindigkeit** $v = 13 \text{ m/s}$ in den Bogen einfährt, so, dass die Fahrgäste für einen Moment schwerelos sind.

(Die Einheiten können in der Rechnung weggelassen werden. Das Ergebnis wird in Meter angegeben).

$$v = \sqrt{g \cdot r} \quad | ^2$$

$$\Rightarrow v^2 = g \cdot r \quad | :g$$

$$\Leftrightarrow \frac{v^2}{g} = r \quad \text{Zahlen einsetzen}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{13^2}{9,81} = 17,23 \quad \text{A: Der Radius der Achterbahn beträgt 17,23 m.}$$

3 Punkte

b) Johannes Kepler hat 1618 herausgefunden, dass die Planeten bei ihren Umlaufbahnen um die Sonne einer bestimmten Gesetzmäßigkeit folgen. Das dritte Keplersche Gesetz sagt, dass der Quotient aus der Umlaufzeit eines Planeten zum Quadrat und seine Entfernung zur Sonne im

Kubik für alle Planeten gleich ist. Für Erde und Mars lautet die Formel: $\frac{T_E^2}{r_E^3} = \frac{T_M^2}{r_M^3}$. Die

Umlaufzeiten kann man beobachten und die Entfernung der Erde zur Sonne haben schon die Griechen berechnet. Stelle die Formel so um, dass man mithilfe von r_E , T_E und T_M die Entfernung des Mars zur Sonne berechnen kann.

Nach r_M auflösen

$$\frac{T_E^2}{r_E^3} = \frac{T_M^2}{r_M^3} \quad | \cdot r_M^3 \frac{r_E^3}{T_E^2} \quad r_M = \sqrt[3]{\frac{T_M^2}{T_E^2} \cdot r_E^3}$$

$$r_M^3 = \frac{T_M^2 \cdot r_E^3}{T_E^2} \quad | \sqrt[3]{\quad}$$

3 Punkte