Mathematik Klasse 9a, 2. Klassenarbeit – LGS – Lösung A **24.11.2009**

Die Aufgaben bei Nr. 1-3 jeweils ins Heft übertragen. Alle Rechenschritte angeben. Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner. Bei den Aufgaben 4 und 5 sind Antwortssätze zu schreiben. Auf den Formalismus achten! (Richtige Schreibweise).

A

Aufgabe 1:

Bestimme die Nullstellen der folgenden Funktionen:

a) $f(x)=-\frac{5}{4}x-\frac{25}{4}$ Setze f(x) = 0: $0=-\frac{5}{4}x-\frac{25}{4}$ | ·4

$\Leftrightarrow 0=-5x-25$ | + 5x

$\Leftrightarrow 5x=-25$ | :5

$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_n=-5}$ **2 Punkte**

b) $g(x)=\frac{2}{3}\cdot(x-3)$ Setze f(x) = 0: $0=\frac{2}{3}\cdot(x-3)$ **2 Punkte**

x_n = 3, weil dann die Klammer gleich Null wird und ein Produkt Null ergibt, wenn ein Faktor Null ist. Oder nach x auflösen.

c) $h(x)=-\frac{2}{3}(x+2)-2$ Setze f(x) = 0: $0=-\frac{2}{3}(x+2)-2$ | T **3 Punkte**

$\Leftrightarrow 0=-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}-2$ | + $\frac{2}{3}x$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}x=-\frac{10}{3}$ | · $\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{x_n=-5}$

Aufgabe 2:

Bestimme die Schnittpunkte der folgenden Funktionen

a) u $f(x)=4x+4$ und $g(x)=-\frac{7}{5}x-\frac{61}{5}$

Funktionen gleich setzen: $4x+4=-\frac{7}{5}x-\frac{61}{5}$ | ·5

$\Leftrightarrow 20x+20=-7x-61$ | - 20 + 7x

$\Leftrightarrow 27x=-81$ | : 27

$\Leftrightarrow x_s=-3$

Setze x = -3 in eine der Funktionen ein, um y_s zu bestimmen:

$f(-3)=4\cdot(-3)+4=-12+4=-8$

S(-3|-8) **4 Punkte**

b) $f(x)=\frac{1}{2}(x^2-3\mathrm{x})+2$ und $g(x)=\frac{1}{2}x^2+2$

Funktionen gleich setzen:| $\frac{1}{2}(x^2-3\mathrm{x})+2=\frac{1}{2}x^2+2$ | T

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2-1{,}5x+2=\frac{1}{2}x^2+2$ | - $\frac{1}{2}x^2$

$\Leftrightarrow -1{,}5x+2=2$ | - 2

$\Leftrightarrow -1{,}5x=0$ | : (-1,5)

$\Leftrightarrow x=0$

Setze x = 0 in eine der Funktionen ein, um y_s zu bestimmen:

$g(0)=\frac{1}{2}0^2+2=2$

S(0|2) **5 Punkte**

<u>Aufgabe 3:</u>

Löse die folgenden linearen Gleichungssysteme:

a) I. $9x+6y=-18$
II. $4y+12=-6x$ | + 6x - 12

I. $9x+6y=-18$
IIa. $6x+4y=-12$ | ·1,5
IIb. $9x+6y=-18$ | I – II
IIc. $0=0$

Diese Gleichung ist immer erfüllt. Es gibt also unendlich viele Lösungen. Man kann x (oder y) frei wählen und in eine der beiden Gleichungen einsetzen, um y (oder x) auszurechnen. **4 Punkte**

b) I. $4\mathrm{x}+5\mathrm{y}-z=20{,}5$
II. $\frac{1}{2}x-y+2\mathrm{z}=6$ | ·6
III. $3\mathrm{x}-6\mathrm{y}-9\mathrm{z}=-6$ | III. - IIb.

IIb. $3\mathrm{x}-6\mathrm{y}+12\mathrm{z}=36$
IIIa. $-21\mathrm{z}=-42$ | : (-21)
$\Leftrightarrow \boldsymbol{z=2}$

II. $\frac{1}{2}x-y+2\mathrm{z}=6$ | ·5
IIc. $2{,}5x-5\mathrm{y}+10\mathrm{z}=30$ | I + IIc

IId. $6{,}5x+9\mathrm{z}=50{,}5$ | I + IIc

Setze z = 2 in IId. ein:

$6{,}5x+9\cdot 2=50{,}5$ | - 18
$\Leftrightarrow 6{,}5x=52{,}5$ | : 6,5
$\Leftrightarrow \boldsymbol{x=5}$

Setze x = 5 und z = 2 in I ein:
$4\cdot 5+5\mathrm{y}-2=20{,}5$ | -18
$\Leftrightarrow 5\mathrm{y}=2{,}5$
$\Leftrightarrow \boldsymbol{y=0{,}5}$ Also: **x = 5; y = 0,5; z = 2**
8 Punkte

Aufgabe 4:

In einer Familie hat jeder Sohn ebenso viele Brüder wie Schwestern und jede Tochter halb so viele Schwestern wie Brüder. Wie viele Töchter und Söhne sind es?

x: Anzahl der Söhne
y: Anzahl der Töchter

I. $x-1=y$

II. $(y-1)=\frac{1}{2}x$ | I einsetzen

IIa. $((x-1)-1)=\frac{1}{2}x$ |T

$\Leftrightarrow x-2=\frac{1}{2}x$ | - $\frac{1}{2}x+2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x=2$ | ·2

$\Leftrightarrow x=4$

Setze x = 4 in I ein:

$4-1=y$
$\Leftrightarrow y=3$

A: Es sind vier Söhne und drei Töchter.

6 Punkte

Aufgabe 5:

Bei den olympischen Spielen 2008 in Peking haben China, die USA und Deutschland zusammen 103 Goldmedaillen gewonnen. Dabei haben die USA 20 Goldmedaillen mehr als Deutschland gewonnen. China hat eine Goldmedaille weniger als die USA und Deutschland zusammen.
Wie viele Goldmedaillen haben jeweils China, die USA und Deutschland gewonnen?

x = Anzahl Goldmedaillen China, y = USA, z = Deutschland

I. $x+y+z=103$ | II und IIIb einsetzen

II. $y=z+20$

III. $x+1=y+z$ | II einsetzen

IIIa. $x+1=(z+20)+z$ | - 1

IIIb. $x=2z-19$

Ia. $(2z+19)+(z+20)+z=103$

$\Leftrightarrow 4z+39=103$

$\Leftrightarrow 4y=64$

$\Leftrightarrow \mathbf{z=16}$

Setze z = 16 in II ein:

$y=16+20=\mathbf{36}$

Setze y = 36 und z = 16 in III ein:

$x+1=16+36 \Leftrightarrow x=52-1 \Leftrightarrow \mathbf{x=51}$

China hat 51, die USA 36, und Deutschland 16 Goldmedaillen gewonnen. **6 Punkte**

Aufgabe 6:

Gesucht sind fünf Zahlen. Als Summe der fünf Zahlen erhält man 16. Das Negative des vierfachen der dritten Zahl ist um 4 kleiner als die Summe der anderen Zahlen zusammen. Die Summe der vierten und der fünften Zahl ist genauso groß wie die zweite Zahl. Ein Fünftel der ersten Zahl ist ist genauso groß wie das Negative der Summe der anderen Zahlen. Das Zehnfache der fünften Zahl ist um 1 kleiner als die dritte Zahl.

a) Stelle ein lineares Gleichungssystem auf, dessen Lösung die fünf Zahlen ergibt. Stelle die Gleichungen so auf, dass die Unbekannten sortiert sind (also in der Form $ax_1+bx_2+cx_3+dx_4+ex_5=f$)

I. $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=16$
II. $-4x_3=x_1+x_2+x_4+x_5-4$
III. $x_4+x_5=x_2$
IV. $0{,}2x_1=-(x_2+x_3+x_4+x_5)$
V. $10x_5=x_3-1$

Nach Umsortieren erhält man:

I. $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=16$
II. $-x_1-x_2-4x_3-x_4-x_5=-4$
III. $-x_2+x_4+x_5=0$
IV. $0{,}2x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=0$
V. $-x_3+10x_5=-1$

7 Punkte