

**Aufgabe 1:** Gib die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen an. (2 + 2 + 3 + 4 Punkte)

<p><b>a)</b> <math>(a+3) \cdot (a-4) = 0</math> Ein Produkt ergibt Null, wenn einer der Faktoren Null ist. Also <math>L = \{-3; +4\}</math></p>	<p><b>b)</b> <math>  b^2 - 9 = 0 + 9</math> <math>\Leftrightarrow x^2 = 9</math> Also <math>L = \{-3; +3\}</math></p>
<p><b>c)</b> <math>  x^2 + 2x + 1 = 0 \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow (x+1)^2 = 0</math> Also <math>L = \{-1\}</math></p>	<p><b>d)</b> <math>  16x^2 + 24x + 9 = 0 \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow (4x+3)^2 = 0</math> Die Gleichung ist erfüllt, wenn <math>4x+3=0</math>, denn <math>0^2=0</math> <math>\Leftrightarrow 4x = -3 \quad   :4</math> <math>x = -\frac{3}{4} \quad L = \left\{ -\frac{3}{4} \right\}</math></p>

**Aufgabe 2:** Löse die folgenden Gleichungen. (2 + 2 + 4 + 4 Punkte)

<p><b>a)</b> <math>-4a + 12 = -2(a-20) \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow -4a + 12 = -2a + 40 \quad   +4a -20</math> <math>\Leftrightarrow -28 = 2a \quad   :2</math> <math>\Leftrightarrow a = -14</math></p>	<p><b>b)</b> <math>9 + 3y = 10y - 2(1,5 - 2,5y) \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow 9 + 3y = 10y - 3 + 5y \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow 9 + 3y = 15y - 3 \quad   -3y + 3</math> <math>\Leftrightarrow 12 = 12y \quad   :3</math> <math>\Leftrightarrow y = 1</math></p>
<p><b>c)</b> <math>  -(15y-29) + 63 = -3y + 4(25y+9) \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow -15y + 29 + 63 = -3y + 100y + 36 \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow -15y + 92 = 97y + 36 \quad   +15y - 36</math> <math>\Leftrightarrow 56 = 112y \quad   :112</math> <math>\Leftrightarrow y = \frac{1}{2}</math></p>	<p><b>d)</b> <math>  -\frac{1}{3}(x-15) = -\frac{1}{3}(-9x+15) \quad   \left(-\frac{1}{3}\right)</math> <math>\Leftrightarrow x - 15 = -9x + 15 \quad   +9x + 15</math> <math>\Leftrightarrow 10x = 30 \quad   :10</math> <math>\Leftrightarrow x = 3</math></p>

**Aufgabe 3:** Bestimme die Werte für x, mit denen die Gleichung stimmt. (4 + 4 Punkte)

<p><b>a)</b> <math>(x-2)(x+3) = (x-3)(x-6) \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow x^2 + 3x - 2x - 6 = x^2 - 6x - 3x + 18</math> <math>\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = x^2 - 9x + 18 \quad   -x^2 + 9x + 6</math> <math>\Leftrightarrow 10x = 24 \quad   :10</math> <math>\Leftrightarrow x = 2,4</math></p>	<p><b>b)</b> <math>(3x+4)(x-8) = (7-3x)(4-x) \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow 3x^2 - 24x + 4x - 32 = 28 - 7x - 12x + 3x^2 \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow 3x^2 - 20x - 32 = 28 - 19x + 3x^2 \quad   -3x^2 + 19x + 32</math> <math>\Leftrightarrow -x = 60 \quad   :(-1)</math> <math>\Leftrightarrow x = -60</math></p>
--	--

**Aufgabe 4:** Löse die folgenden Gleichungen mit Hilfe der binomischen Formeln. (2 + 5 Punkte)

<p><b>a)</b> <math>(x-7)(x+7) = (x-1)^2</math> <math>\Leftrightarrow x^2 - 49 = x^2 - 2x + 1 \quad   -x^2 + 2x + 49</math> <math>\Leftrightarrow 2x = 50 \quad   :2</math> <math>\Leftrightarrow x = 25</math></p>	<p><math>-(x-5)(x+5) + 6(x^2-x) = -(2x+3)^2 + (3x-2)^2 \quad   \text{T}</math> <math>\Leftrightarrow -(x^2-25) + 6x^2 - 6x = -(4x^2+12x+9) + 9x^2 - 12x + 4</math> <math>\Leftrightarrow -x^2 + 25 + 6x^2 - 6x = -4x^2 - 12x - 9 + 9x^2 - 12x + 4</math> <math>\Leftrightarrow 25 + 5x^2 - 6x = -24x - 5 + 5x^2 \quad   -5x^2 + 24x - 25</math> <math>\Leftrightarrow 18x = -30 \quad   :18</math> <math>\Leftrightarrow x = -\frac{30}{18} = -\frac{5}{3}</math></p>
--	---

**Aufgabe 5:** (3 + 5 Punkte)

a) Das Dreifache einer Zahl ist um 18 kleiner als das Fünffache der Zahl. Stelle eine Gleichung auf und berechne die Zahl.

$$\begin{aligned}3x + 18 &= 5x & | -3x \\ \Leftrightarrow 18 &= 2x & | :2 \\ \Leftrightarrow x &= 9\end{aligned}$$

**A: Die gesuchte Zahl ist 9.**

b) Ein junges Bienenvolk hat gerade einen Staat gegründet. 5 Bienen kommen vom Nektar sammeln nicht mehr zurück. Im Laufe der folgenden Monate verdreifacht sich die Anzahl der verbleibenden Bienen. Außerdem kommen später noch 12 Bienen von einem anderen Stamm dazu. Schließlich wird der Bienenstock aber von einem Pilz befallen, der die Anzahl der Tiere auf  $\frac{1}{4}$  reduziert.

Jetzt sind noch 78 Tiere übrig.

Wie viele Bienen gab es ursprünglich?

Stelle eine Gleichung auf und berechne die ursprüngliche Anzahl der Tiere.

x: Ursprüngliche Anzahl der Bienen

$$\begin{aligned}((x-5) \cdot 3 + 12) \cdot \frac{1}{4} &= 78 & | \cdot 4 \\ \Leftrightarrow ((x-5) \cdot 3 + 12) &= 312 & | -12 \\ \Leftrightarrow 3x - 15 + 12 &= 312 & | +3 \\ \Leftrightarrow 3x - 3 &= 312 & | +3 \\ \Leftrightarrow 3x &= 315 & | :3 \\ \Leftrightarrow x &= 105\end{aligned}$$

**A: Es gab ursprünglich 105 Bienen.**