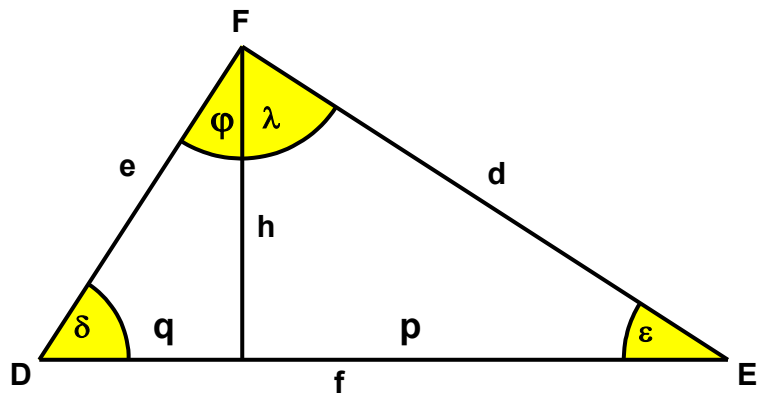


Mathematik Klasse 10 a/b/c, 4. KA – Sinus, Kosinus, Tangens – Lösung B 19.03.2010

Aufgabe 1: 3 + 3 + 5 Punkte

Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck DEF mit der Hypotenuse f, den Katheten d und e, der Höhe h und den Hypotenusenabschnitten p und q.

Berechne die Seiten d, e und f und die Winkel δ und ϵ , wenn



a) $f = 12 \text{ cm}$ und $e = 6 \text{ cm}$

$$d = \sqrt{f^2 - e^2} = \sqrt{(12 \text{ cm})^2 - (6 \text{ cm})^2} = \sqrt{108 \text{ cm}^2} = 10,39 \text{ cm}$$

$$\sin \epsilon = \frac{e}{f} = \frac{6 \text{ cm}}{12 \text{ cm}} = 0,5 \quad \Rightarrow \epsilon = 30^\circ$$

$$\delta = 90^\circ - \epsilon = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

b) $d = 10 \text{ m}$ und $\phi = 30^\circ$

$$\delta = 90^\circ - \phi = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\epsilon = 90^\circ - \delta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\tan \epsilon = \frac{e}{d} \Leftrightarrow e = d \cdot \tan \epsilon = 5,77 \text{ mm}$$

$$f = \sqrt{d^2 + e^2} = 11,55 \text{ mm}$$

c) $q = 20 \text{ mm}$ und $\delta = 30^\circ$

$$\epsilon = 90^\circ - \delta = 60^\circ$$

$$\cos \delta = \frac{q}{e} \Leftrightarrow e = \frac{q}{\cos \delta} = 23,09 \text{ mm}$$

$$\cos \delta = \frac{e}{f} \Leftrightarrow f = \frac{e}{\cos \delta} = 26,67 \text{ mm}$$

$$\sin \delta = \frac{d}{f} \Leftrightarrow d = f \cdot \sin \delta = 13,33 \text{ mm}$$

Mathematik Klasse 10 a/b/c, 4. KA – Sinus, Kosinus, Tangens – Lösung B 19.03.2010

Aufgabe 2: 5 Punkte

Gegeben ist ein Kegel mit der Oberfläche $O = 60 \text{ cm}^2$ und der Mantelfläche $M = 40 \text{ cm}^2$.

Berechne den Winkel in der Spitze des Kegels.

$$G = O - M = 20 \text{ cm}^2$$

$$G = \pi r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{G}{\pi}} = 2,5231 \text{ cm}$$

$$M = \pi r s \Leftrightarrow s = \frac{M}{\pi r} = 5,0463 \text{ cm}$$

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{r}{s} = 0,5$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 60^\circ$$

Aufgabe 3: 3 Punkte

Franz lässt einen Drachen steigen. Bei 200 m Schnur liegt der Drachen in einem Winkel von 70° vom Boden aus gemessen im Wind.

Berechne die Flughöhe des Drachens.

$$h: \text{Höhe des Drachens} \quad \sin 70^\circ = \frac{200}{h} \Leftrightarrow h = 200 \cdot \sin 70^\circ = \mathbf{187,94 \text{ m}}$$

A: Der Drachen fliegt ca 188 m hoch.

Aufgabe 4: 4 + 3 Punkte

Saarschleife bei Mettlach

Die Saar ist mit insgesamt 227 km der längste Nebenfluss der Mosel. Sie entspringt am Donon in den Vogesen auf 640 Meter über Meereshöhe. In Deutschland fließt sie von Saargemünd (220 m ü. NN) bis Konz (103 m ü. NN), wo sie in die Mosel mündet.

a) Berechne die durchschnittliche Steigung der Saar in Prozent.

$$\text{Höhenunterschied} \quad h = 640 \text{ m} - 103 \text{ m} = 537 \text{ m}$$

$$\text{Steigungswinkel} \quad \sin \alpha = \frac{537 \text{ m}}{227000 \text{ m}} = \mathbf{0,2366} \Rightarrow \alpha = 0,1355^\circ \Rightarrow \tan \alpha = 0,002366 = 0,2366\%$$

A: Die durchschnittliche Steigung beträgt 0,24%.

b) Der durchschnittliche Steigungswinkel zwischen Saargemünd und Konz beträgt $0,06094^\circ$.

Mathematik Klasse 10 a/b/c, 4. KA – Sinus, Kosinus, Tangens – Lösung B 19.03.2010

Berechne die Länge der Saar zwischen Saargemünd und Konz.

Höhe h , Länge l

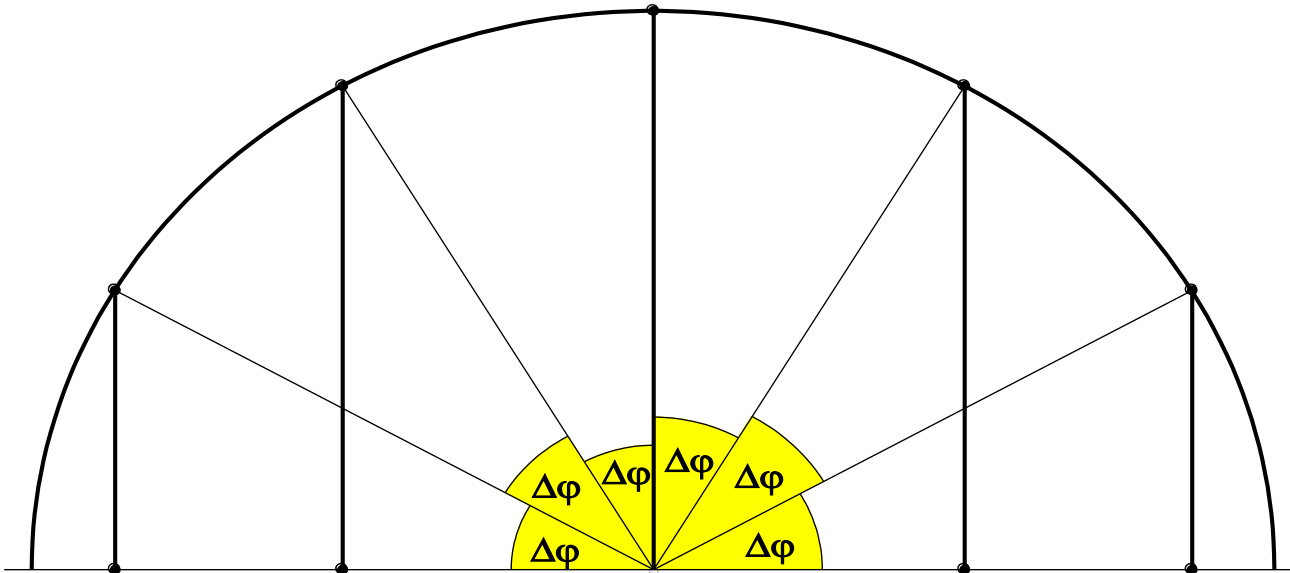
$$h = 220 \text{ m} - 103 \text{ m} = 117 \text{ m}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} \Leftrightarrow l = \frac{h}{\sin \alpha} = 110,0034 \text{ km}$$

A: Die Saar zwischen Saargemünd und Konz ist 110 km lang.

Aufgabe 6: 2 + 5 Punkte

Eine Fußgängerbrücke wird mit einem halbkreisförmigen Bogen konstruiert. An dem Bogen hängen Kabel, welche den Gehweg halten. Die Befestigungspunkte am Bogen sind in gleichem Winkelabstand $\Delta\varphi$ vom Mittelpunkt aus angebracht.



Die Länge des Fußwegs unter dem Brückenbogen beträgt 40 m. $\Delta\varphi$ beträgt 30° .

a) Wie lang ist der Brückenbogen?

Die Länge des Fußwegs ist gleichzeitig der Durchmesser des Halbkreises.

$$\text{Länge } l. \quad l = \frac{1}{2} \cdot 2 \pi r = \pi \cdot 20 \text{ m} = 62,8319 \text{ m}$$

A: Der Brückenbogen ist 62,83 m lang.

b) Wie viel Meter Kabel braucht man insgesamt?

$$h_0 = r = 20 \text{ m} \quad h_1 = r \cdot \sin 60^\circ = 17,3205 \text{ m} \quad h_2 = r \cdot \sin 30^\circ = 10 \text{ m}$$

$$h = h_0 + 2 h_1 + 2 h_2 = 74,6410 \text{ m} \quad \text{A: Es werden 74,64 Meter Kabel benötigt.}$$