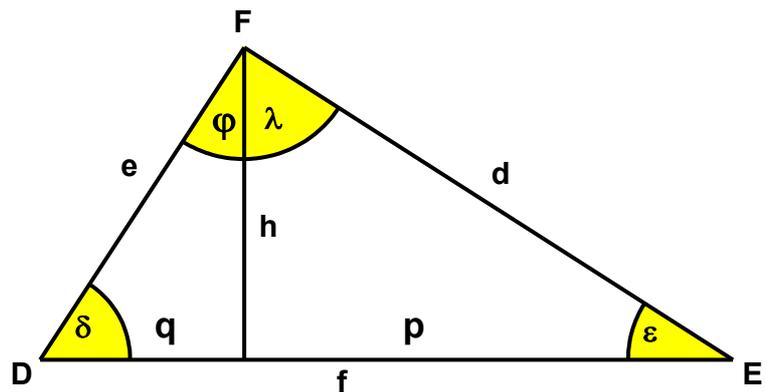


# Mathematik Klasse 10 a/b/c, 4. KA – Sinus, Kosinus, Tangens – Lösung A 19.03.2010

## Aufgabe 1: 3 + 3 + 5 Punkte

Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck DEF mit der Hypotenuse f, den Katheten d und e, der Höhe h und den Hypotenusenabschnitten p und q.

Berechne die Seiten d, e und f und die Winkel  $\delta$  und  $\epsilon$ , wenn



a)  $f = 10 \text{ cm}$  und  $d = 8 \text{ cm}$

$$e = \sqrt{f^2 - d^2} = \sqrt{(10 \text{ cm})^2 - (8 \text{ cm})^2} = \sqrt{36 \text{ cm}^2} = 6 \text{ cm}$$

$$\sin \epsilon = \frac{e}{f} = \frac{6 \text{ cm}}{10 \text{ cm}} = 0,6 \quad \Rightarrow \epsilon = 36,87^\circ$$

$$\delta = 90^\circ - \epsilon = 90^\circ - 36,87^\circ = 53,13^\circ$$

b)  $e = 10 \text{ mm}$  und  $\lambda = 30^\circ$

$$\epsilon = 90^\circ - \lambda = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\delta = 90^\circ - \epsilon = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\tan \epsilon = \frac{e}{d} \Leftrightarrow d = \frac{e}{\tan \epsilon} = 5,77 \text{ mm}$$

$$f = \sqrt{e^2 + d^2} = 11,55 \text{ mm}$$

c)  $p = 30 \text{ m}$  und  $\epsilon = 30^\circ$

$$\delta = 90^\circ - \epsilon = 60^\circ$$

$$\cos \epsilon = \frac{p}{d} \Leftrightarrow d = \frac{p}{\cos \epsilon} = 34,64 \text{ m}$$

$$\cos \epsilon = \frac{d}{f} \Leftrightarrow f = \frac{d}{\cos \epsilon} = 40 \text{ m}$$

$$\sin \epsilon = \frac{e}{f} \Leftrightarrow e = f \cdot \sin \epsilon = 20 \text{ m}$$

## Mathematik Klasse 10 a/b/c, 4. KA – Sinus, Kosinus, Tangens – Lösung A 19.03.2010

### Aufgabe 2: 5 Punkte

Gegeben ist ein Kegel mit der Oberfläche  $O = 60 \text{ cm}^2$  und der Mantelfläche  $M = 50 \text{ cm}^2$ .

Berechne den Winkel in der Spitze des Kegels.

$$G = O - M = 10 \text{ cm}^2$$

$$G = \pi r^2 \Leftrightarrow r = \sqrt{\frac{G}{\pi}} = 1,7841 \text{ cm}$$

$$M = \pi r s \Leftrightarrow s = \frac{M}{\pi r} = 8,9206 \text{ cm}$$

$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{r}{s} = 0,20$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 11,5368^\circ$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 23,0736^\circ$$

### Aufgabe 3: 3 Punkte

Ursulas Katze ist auf einen Baum geklettert und kommt alleine nicht mehr herunter. Der Ast, auf dem sie sitzt, befindet sich in 4 m Höhe. Ursula holt eine Leiter aus der Garage. Damit die Leiter sicher steht, muss sie in einem Winkel von  $60^\circ$  vom Boden aufgestellt werden.

Berechne die Mindestlänge der Leiter.

$$l: \text{ Länge der Leiter} \quad \sin 60^\circ = \frac{4}{l} \Leftrightarrow l = 4 \cdot \sin 60^\circ = 4,6188 \text{ m}$$

**A: Die Leiter muss mindestens 4,62 Meter lang sein.**

*Das deutsche Eck in Koblenz*

### Aufgabe 4: 4 + 3 Punkte

Die Mosel ist mit insgesamt 544 km nach der Maas der zweitlängste Nebenfluss des Rheins. Sie entspringt am Col de Bussang auf 715 Meter über Meereshöhe. In Deutschland fließt sie von Trier (124 m ü. NN) bis Koblenz (65 m ü. NN), wo sie in den Rhein mündet.

**a)** Berechne die durchschnittliche Steigung der Mosel in Prozent.

$$\text{Höhenunterschied} \quad h = 715 \text{ m} - 65 \text{ m} = 650 \text{ m}$$

$$\text{Steigungswinkel} \quad \sin \alpha = \frac{650 \text{ m}}{544000 \text{ m}} = 0,001949 \Rightarrow \alpha = 0,06846^\circ \Rightarrow \tan \alpha = 0,001195 = 0,1195\%$$

**A: Die durchschnittliche Steigung beträgt 0,12%.**

**b)** Der durchschnittliche Steigungswinkel zwischen Trier und Koblenz beträgt  $0,01397^\circ$ . Berechne die Länge der Mosel zwischen Trier und Koblenz.

## Mathematik Klasse 10 a/b/c, 4. KA – Sinus, Kosinus, Tangens – Lösung A 19.03.2010

Höhe  $h$ , Länge  $l$

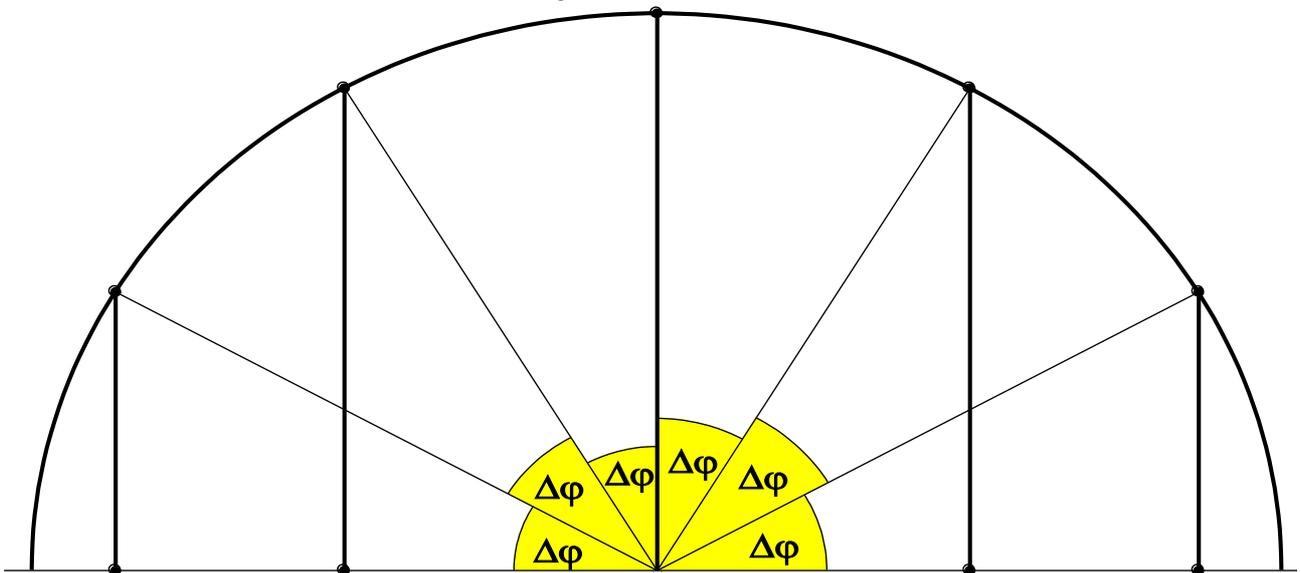
$$h = 124 \text{ m} - 65 \text{ m} = 59 \text{ m}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} \Leftrightarrow l = \frac{h}{\sin \alpha} = 241,9793 \text{ km}$$

**A: Die Mosel zwischen Trier und Koblenz ist 242 km lang.**

### **Aufgabe 6:** 2 + 5 Punkte

Eine Fußgängerbrücke wird mit einem halbkreisförmigen Bogen konstruiert. An dem Bogen hängen Kabel, welche den Gehweg halten. Die Befestigungspunkte am Bogen sind in gleichem Winkelabstand  $\Delta\varphi$  vom Mittelpunkt aus angebracht.



Das längste Kabel ist 10 m lang.  $\Delta\varphi$  beträgt  $30^\circ$ .

**a)** Wie lang ist der Brückenbogen?

Das längste Kabel ist gleichzeitig der Radius des Halbkreises.

$$\text{Länge } l. \quad l = \frac{1}{2} \cdot 2 \pi r = \pi \cdot 10 \text{ m} = 31,4159 \text{ m}$$

**A: Der Brückenbogen ist 31,42 m lang.**

**b)** Wie viel Meter Kabel braucht man insgesamt?

$$h_0 = r = 10 \text{ m} \quad h_1 = r \cdot \sin 60^\circ = 8,6603 \text{ m} \quad h_2 = r \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ m}$$

$$h = h_0 + 2 h_1 + 2 h_2 = 37,3205 \text{ m} \quad \text{A: Es werden 37,32 Meter Kabel benötigt.}$$