**Mathematik Klasse 10c, Logarithmusrechenregeln – Lösung** **06.11.2009**

**<u>Aufgabe 1:</u>** Schreibe den folgenden Term mit als Ausdruck einer einzelnen Logarithmus-funktion und vereinfache ihn so weit wie möglich. (Hinweis: Auf die Basis achten!)

*Prinzipiell gibt es zwei grundsätzliche Lösungswege: Entweder man zieht die Logarithmen auseinander, oder man fasst sie zusammen.*

**a)** $\log_a(a^2 b^3 c^4)+\log_a\left(\frac{(a+b)}{(a^2-b^2)}\right)-\frac{\ln(b^3 c^4)}{\ln(a)}$

$= \quad 2+\log_a(\frac{b^3 c^4}{b^3 c^4})+\log_a\left(\frac{1}{a-b}\right)=2+\log_a(1)+\log_a\left(\frac{1}{a-b}\right)=2+\log_a\left(\frac{1}{a-b}\right)=2-\log_a(a-b)$

**b)** $4\cdot\log_a(b^2-c^2)-\frac{lg(b+c)+lg(b-c)}{lg(a)} \quad = \quad 4\cdot\log_a(b^2-c^2)-\frac{lg((b+c)\cdot(b-c))}{lg(a)}$

$= \quad 4\cdot\log_a(b^2-c^2)-\frac{lg(b^2-c^2)}{lg(a)} \quad = \quad 4\cdot\log_a(b^2-c^2)-\log_a(b^2-c^2) \quad = \quad 3\cdot\log_a(b^2-c^2)$

**c)** $\log_a\left(\frac{\frac{\log_b(x^2 y^2)}{\log_b(a)}+\frac{lg(x^3)}{lg(a)}+\frac{\frac{\ln(y^4)}{\ln(b)}}{\log_b(a)}}{\log_a(x^5 y^6)}\right) \quad = \quad \log_a\left(\frac{\log_a(x^2 y^2)+\log_a(x^3)+\frac{\log_b(y^4)}{\log_b(a)}}{\log_a(x^5 y^6)}\right)$

$= \quad \log_a\left(\frac{\log_a(x^2 y^2)+\log_a(x^3)+\log_a(y^4)}{\log_a(x^5 y^6)}\right) \quad = \quad \log_a\left(\frac{\log_a(x^5 y^6)}{\log_a(x^5 y^6)}\right) \quad = \quad \log_a(1)=0$

**<u>Aufgabe 2:</u>** Bestimme x mit Hilfe von Äquivalenzumformungen so, dass es eine Lösung der folgenden Gleichung ist.

**a)** $-\log_a(x)=\log_a(3b^3 c^4)-3\cdot\log_a(b)+2\cdot\log_a(c\,d\,e)+\log_a(\frac{1}{c^6})-\log_a(d^2 e^2)$

$\Leftrightarrow -\log_a(x)=\log_a(3)+\log_a\left(\frac{b^3 c^4 c^2 d^2 e^2}{b^3 c^6 d^2 e^2}\right)$

$\Leftrightarrow -\log_a(x)=\log_a(3)+\log_a(1)$

$\Leftrightarrow \log_a(\frac{1}{x})=\log_a(3)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x}=3$

$\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$

**b)** $\log_a(\frac{1}{x})=-\left(\log_a(2)+\log_a(b)+2\cdot\log_a(c)+3\log_a(d)-\log_a(b)-\log_a(c^2d^3)\right)$

$\Leftrightarrow\log_a(\frac{1}{x})=-\left(\log_a(2)+\log_a(b)+\log_a(c^2)+\log_a(d^3)-\left(\log_a(b)+\log_a(c^2d^3)\right)\right)$

$\Leftrightarrow\log_a(\frac{1}{x})=-\left(\log_a(2)+\log_a(b\cdot c^2d^3)-\log_a(bc^2d^3)\right)$

$\Leftrightarrow\log_a(\frac{1}{x})=-\left(\log_a(2)\right)$

$\Leftrightarrow\log_a(\frac{1}{x})=\log_a(2^{-1})$

$\Leftrightarrow\log_a(\frac{1}{x})=\log_a\left(\frac{1}{2}\right)$

$\Leftrightarrow x=2$

**c)** $\log_b(x^2)\cdot\log_a(b)=\log_a\left[\left((a^2-b^2)+lg(10^{b^2})\right)^{\frac{\ln(a^2)}{\ln(a)}}\right]$

$\Leftrightarrow\log_b(x^2)\cdot\log_a(b)=\log_a\left[\left((a^2-b^2)+b^2\right)^{\log_a(a^2)}\right]$

$\Leftrightarrow\log_b(x^2)\cdot\log_a(b)=\log_a\left[\left(a^2\right)^2\right]$

$\Leftrightarrow\log_b(x^2)=\frac{\log_a(a^4)}{\log_a(b)}$

$\Leftrightarrow\log_b(x^2)=\log_b(a^4)$

$\Leftrightarrow x^2=a^4$

$\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm a^2$